

1519389

А.М. ФОРМАЛЬСКИЙ

УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ  
НЕУСТОЙЧИВЫХ  
ОБЪЕКТОВ



**А.М. ФОРМАЛЬСКИЙ**

**УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ  
НЕУСТОЙЧИВЫХ  
ОБЪЕКТОВ**



МОСКВА®  
ФИЗМАТЛИТ  
2013

УДК 681.5.01+531.53

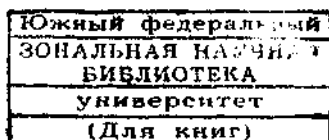
ББК 32.816

Ф 79

Формальский А. М. **Управление движением неустойчивых объектов.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. — 232 с. — ISBN 978-5-9221-1460-8.

Изучается проблема управления системами, содержащими неустойчивый объект. Развита методика синтеза управления системами со степенью неустойчивости не более двух. Построены алгоритмы управления, реализующие максимальную область притяжения для ряда механических объектов. Описаны результаты некоторых экспериментов.

Книга может быть полезна научным работникам и инженерам, занимающимся проблемами управления, робототехники, мехатроники, а также аспирантам и студентам соответствующих специальностей.



1519389

ISBN 978-5-9221-1460-8

© ФИЗМАТЛИТ, 2013

© А.М. Формальский, 2013

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	6
*	
Глава 1. <b>Однозвенный физический маятник</b> . . . . .	13
§ 1. Маятник с неподвижной точкой подвеса . . . . .	14
1. Уравнения движения . . . . .	14
2. Область управляемости . . . . .	16
3. Максимизация области притяжения . . . . .	18
4. Запаздывание в цепи обратной связи . . . . .	22
5. Нелинейное управление . . . . .	25
6. Область управляемости для нелинейной модели . . . . .	27
§ 2. Маятник с точкой подвеса на колесе . . . . .	30
1. Уравнения движения . . . . .	31
2. Область управляемости . . . . .	33
3. Максимизация области притяжения . . . . .	37
4. Нелинейное управление . . . . .	39
§ 3. Маятник с маховиком . . . . .	40
1. Устройство маятника с маховиком . . . . .	41
2. Уравнения движения . . . . .	42
3. Локальная стабилизация маятника в верхнем неустойчивом положении равновесия . . . . .	45
4. Гашение угловой скорости маховика . . . . .	52
5. Раскачивание и торможение маятника . . . . .	54
6. Перевод маятника из нижнего положения равновесия в верхнее . . . . .	57
7. Численные исследования . . . . .	58
8. Экспериментальные исследования . . . . .	60
§ 4. Управление качением колеса при помощи маятника . . . . .	61
1. Математическая модель аппарата . . . . .	62
2. Стационарные режимы движения . . . . .	65
3. Устойчивость стационарных режимов . . . . .	69

§ 5. Оптимальное раскачивание и торможение качелей . . . . .	70
1. О синтезе оптимального управления в системах второго порядка	70
2. Математическая модель качелей . . . . .	75
3. Максимизация амплитуды колебаний качелей . . . . .	76
4. Минимизация амплитуды колебаний качелей . . . . .	79
5. Управление качелями при учёте аэродинамического сопротивления и сухого трения . . . . .	82
§ 6. Управление маятником с минимальными затратами энергии . . . . .	83
1. Оценка энергетических затрат . . . . .	83
2. Приведение маятника в состояние неустойчивого равновесия . . . . .	86
3. Приведение маятника в состояние устойчивого равновесия . . . . .	93
<b>Глава 2. Двухзвенный физический маятник . . . . .</b>	<b>102</b>
§ 7. Локальная стабилизация перевёрнутого маятника при помощи одного управляющего момента . . . . .	103
1. Математическая модель маятника . . . . .	103
2. Линеаризованная модель . . . . .	105
3. Области управляемости . . . . .	107
4. Синтез обратной связи, максимизация области притяжения . . . . .	112
5. Численные исследования . . . . .	119
§ 8. Синтез оптимального управления раскачиванием и торможением двойного маятника . . . . .	124
1. Математическая модель . . . . .	125
2. Приведённый угол . . . . .	127
3. Оптимальное управление, раскачивающее маятник . . . . .	129
4. Оптимальное управление, тормозящее маятник . . . . .	134
5. О перемещении маятника из нижнего положения равновесия в верхнее . . . . .	137
§ 9. Глобальная стабилизация перевёрнутого маятника с управлением в межзвенном шарнире . . . . .	141
1. Математическая модель . . . . .	142
2. Каскадная форма динамических уравнений . . . . .	143
3. Управление, раскачивающее маятник . . . . .	145
4. Отслеживание желаемого изменения межзвенного угла . . . . .	145
5. Локальная стабилизация перевёрнутого маятника . . . . .	146
6. Численные исследования . . . . .	147
§ 10. Глобальная стабилизация перевёрнутого маятника с управлением в точке подвеса . . . . .	149
1. Математическая модель . . . . .	150
2. Раскачивание маятника . . . . .	151
3. Распрямление маятника . . . . .	151

4. Линейная модель, локальная стабилизация . . . . .	154
5. Численные исследования . . . . .	158
§ 11. Многозвенный маятник на подвижном основании . . . . .	161
1. Многозвенный маятник на колесе . . . . .	162
2. Однозвенный маятник на колесе . . . . .	165
3. Глобальная стабилизация перевёрнутого маятника . . . . .	168
4. Область управляемости . . . . .	172
5. Синтез траекторий, оптимальных по времени . . . . .	173
6. Маятник на тележке . . . . .	175
7. Об уменьшении частот при наложении связи . . . . .	176
<b>Глава 3. Шар на стержне . . . . .</b>	<b>178</b>
§ 12. Стабилизация шара на прямолинейном стержне . . . . .	178
1. Математическая модель системы . . . . .	179
2. Линеаризованная модель . . . . .	181
3. Построение обратной связи . . . . .	183
4. Численные исследования . . . . .	186
§ 13. Стабилизация шара на криволинейном стержне . . . . .	191
1. Математическая модель системы . . . . .	191
2. Линеаризованная модель . . . . .	194
3. Обратная связь . . . . .	196
4. Численные исследования . . . . .	198
<b>Глава 4. Гироскопическая стабилизация двухколёсного велоси- педа . . . . .</b>	<b>203</b>
§ 14. Конструкции велосипедов . . . . .	203
1. Велосипед с одним управляемым колесом . . . . .	204
2. Велосипед с двумя управляемыми колёсами . . . . .	208
3. Гироскопический стабилизатор . . . . .	209
4. Уравнения колебаний велосипеда по крену . . . . .	211
§ 15. Синтез закона управления (стабилизации) велосипеда по крену . . . . .	213
1. Измерение угла крена велосипеда с помощью акселерометров . . . . .	213
2. Движение велосипеда по прямой . . . . .	214
3. Движение велосипеда по окружности . . . . .	216
4. Численные и экспериментальные исследования . . . . .	219
Список литературы . . . . .	221

## ОБ АВТОРЕ

**Александр Моисеевич Формальский** — специалист по теории управления механическими системами, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Института механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, профессор механико-математического факультета МГУ, лауреат университетской премии имени М.В. Ломоносова и премии имени А.А. Андропова Российской академии наук.

Автор монографий «Управляемость и устойчивость систем с ограниченными ресурсами» (1974), «Перемещение антропоморфных механизмов» (1982), «Управление манипуляционными системами на основе информации об усилиях» (1994, в соавторстве); последняя издана также на английском языке под названием «Force Control of Robotics Systems» (1997).

---

057

Как быстрее всего раскачать качели? Как гимнаст «крутит солнце» на перекладине? Почему девочка на картине Пикассо не падает с шара? Книга, которую вы держите в руках, поможет найти ответы на подобные вопросы.