ИЗЛУЧЕНИЕ И РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

РАДИОТЕХНИКА

УДК 538.574.6

Синтез неоднородной импедансной плоскости

А. Ю. Юханов, Ю. В. Юханов

В строгой постановке решена задача синтеза импедансной плоскости, отражающей неоднородную плоскую волну в заданном направлении; получен в явном виде закон распределения импеданса; сформулированы ограничения на класс реализуемых диаграмм рассеяния для пассивного импеданса; приведены результаты численных исследований.

Введение

Эффективным способом управления характеристиками рассеяния различных объектов является размещение на них распределенных или сосредоточенных импедансных нагрузок, с помощью которых поверхности практически любой формы можно придать необходимые рассеивающие свойства [1, 2]. Разработка на основе импедансных структур антенных устройств и отражателей с заданными характеристиками излучения и рассеяния требует постановки и решения обратных задач электродинамики или задач синтеза. В [3] рассмотрено решение задач анализа и синтеза импедансной плоскости при падении однородной плоской волны.

Цель данной работы – решение задачи синтеза импедансной плоскости, преобразующей поле цилиндрической волны в плоскую волну, распространяющуюся в заданном направлении.

Постановка задачи

Рассмотрим решение двумерной задачи синтеза в следующей постановке. Пусть над плоскостью S $(y=0)$ на высоте h расположена бесконечная нить синфазного магнитного тока с объемной плотностью тока $\mathbf{j}^{\text{мст}} = \mathbf{i}_z I_0^{\text{м}} \delta(x-0)\delta(y-h)$ (рис. 1). На поверхности S выполняются импедансные граничные условия Щукина-Леонтовича

$$[\mathbf{n},\mathbf{E}] = -Z[\mathbf{n}[\mathbf{n},\mathbf{H}]]. \tag{1}$$

Необходимо определить закон распределения пассивного поверхностного импеданса $\mathrm{Re}(Z) \geq 0$, обеспечивающего преобразование цилиндрического фронта волны источника в отраженную плоскую неоднородную волну, распространяющуюся в заданном направлении $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{2} - \gamma_0$ (рис. 1).

Введем декартову систему координат так, чтобы плоскость $y=0$ совпала с импедансной плоскостью, а ось z направим параллельно нити тока.

Касательные составляющие векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ представим в виде суммы падающего $\mathbf{E}^i, \mathbf{H}^i$ и отраженного $\mathbf{E}^s, \mathbf{H}^s$ полей. В дальнейшем будем считать, что вектор $\mathbf{E}$ и поверхностный импеданс Z нормированы на характеристическое сопротивление свободного пространства $W = 120\pi$ (Ом). Тогда

$$\begin{Bmatrix} E_x \\ H_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} E_x^{\text{i}} + E_x^{\text{s}} \\ H_z^{\text{i}} + H_z^{\text{s}} \end{Bmatrix},$$

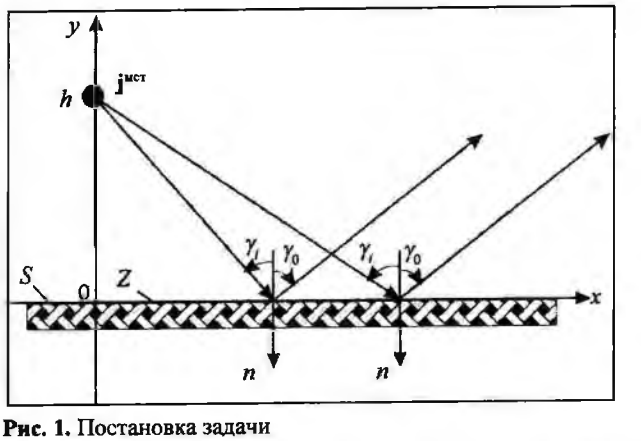

Рис. 1. Постановка задачи

где $H_z^{\text{i}} = H_0^{(2)}(kR_i)$, $E_x^{\text{i}} = -\mathrm{i}\cos\gamma_i H_1^{(2)}(kR_i)$ – компоненты векторов напряженностей падающей электромагнитной волны; $R_i = \sqrt{(y-h)^2 + x^2}$; $\cos\gamma_i = h/R_i$; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число.

Отраженное поле, как и в [3], представим в виде суммы – отраженного в заданном направлении плоского электромагнитного поля $E_x^{\text{s}0}, H_z^{\text{s}0}$ и зеркально отраженного поля $E_x^{\text{si}}, H_z^{\text{si}}$, расположенного в точке $x=0, y=-h$

$$\begin{Bmatrix} E_x^{\mathrm{s}} \\ H_z^{\mathrm{s}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} E_x^{\mathrm{s}0} + E_x^{\mathrm{si}} \\ H_z^{\mathrm{s}0} + H_z^{\mathrm{si}} \end{Bmatrix}.$$

Рассмотрим аналитическое представление рассеянного поля в верхней плоскости $y \geq 0$. Компоненту H_z^{si} в верхнем полупространстве представим в виде $H_z^{\mathrm{si}} = H_s H_0^{(2)}\left(kR_i^{\mathrm{s}}\right)$, где H_s – неизвестная амплитуда; $R_i^{\mathrm{s}} = \sqrt{(h+y)^2 + x^2}$.

Полагая, что H_s – медленноменяющаяся функция, для составляющей E_x^{si} вектора напряженности электрического поля из первого уравнения Максвелла получим

$$E_x^{\mathrm{si}} \approx \mathrm{i} H_s \cos\gamma_i H_1^{(2)}\left(kR_i^{\mathrm{s}}\right). \tag{2}$$

Компоненту $H_z^{\mathrm{s}0}$ заданного рассеянного поля представим в виде

$$H_z^{\mathrm{s}0}(x,y) = H(x,y) H_0^{(2)}\left(kR_i(x,y)\right) \mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx\cos\varphi_0 - \mathrm{i}ky\sin\varphi_0 + \mathrm{i}kR_i(x,y)},$$

где $H_0^{(2)}\left(kR_i(x,y)\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}kR_i(x,y)} \approx \left|H_0^{(2)}\left(kR_i(x,y)\right)\right|$ – множитель, учитывающий характер убывания амплитуды поля вдоль поверхности S (рис. 1); $H(x,y)$ – функция, определяющая неоднородность отраженной волны, которую предстоит задать.

Так как амплитуда плоской волны не меняется вдоль направления своего распространения, то в отраженном в направлении $\varphi = \varphi_0$ (вдоль прямой $y = (x - x_0)\mathrm{tg}\varphi_0$) поле $H_z^{\mathrm{s}0}(x,y)$ координату y можно заменить координатой начала отраженного от импедансной плоскости y=0 луча, на котором лежит точка (x,y): $x_0 = x - y\,\mathrm{ctg}\varphi_0$, расстояние от источника до импедансной плоскости в точке ($x_0, 0$) отражения соответствующего луча $R_i(x,y) = R_i(x_0) = \sqrt{h^2 + x_0^{\,2}}$.

Для компоненты $E_x^{\mathrm{s}0}(x)$ вектора напряженности отраженного электрического поля на импедансной плоскости в этом случае получим

$$E_x^{\mathrm{s}0}(x) = \frac{-1}{\mathrm{i}k}\left\{\mathrm{ctg}\varphi_0 \frac{\partial H(x)}{\partial x} + \mathrm{i}k\left[\sin\varphi_0 + \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U\right] H\right\} H_0^{(2)}\left(kR_i(x)\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\chi(x)}, \tag{3}$$

где $\chi(x) = k\left(R_i(x) - x\cos\varphi_0\right)$; $\sin\gamma_i = x/R_i$; $U(x) = 1 + T(x)$; $T(x) = \mathrm{i}\,H_1^{(2)}(kR_i)/H_0^{(2)}(kR_i)$.

Касательные составляющие $E_x(x)$, $H_z(x)$ векторов напряженностей полного электромагнитного поля на поверхности S примут вид:

$$H_z = (1 + H_s + H(x)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\chi}) H_0^{(2)}\left(kR_i(x)\right);$$

$$E_x(x) = -\left\{(1 - H_s)\cos\gamma_i T(x) + \left\{\frac{1}{\mathrm{i}k}\mathrm{ctg}\varphi_0 \frac{\partial H(x)}{\partial x} + \left[\sin\varphi_0 + \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U\right] H\right\}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\chi(x)}\right\} H_0^{(2)}\left(kR_i(x)\right). \tag{4}$$

Для искомого импеданса, нормированного на W, в соответствии с формулами (1)–(4) получим выражение

$$Z(x) = -\frac{(1 - H_s)\cos\gamma_i T(x) + \left\{\frac{1}{\mathrm{i}k}\mathrm{ctg}\varphi_0 \frac{\partial H(x)}{\partial x} + \left[\sin\varphi_0 + \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U\right] H\right\}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\chi(x)}}{1 + H_s + H(x)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\chi}}. \tag{5}$$

В общем случае формула (5) дает закон распределения импеданса, реальная часть которого может принимать как положительные, так и отрицательные значения, в зависимости от вида задаваемых функций $H(x)$ и $H_s(x)$.

Рассмотрим задачу синтеза чисто реактивного импеданса $\mathrm{Re}(Z) = 0$ (наиболее интересную с точки зрения синтеза антенн). Представляя соотношение (5) в виде действительной и мнимой частей, получим условие реализуемости чисто реактивного импеданса

$$\mathrm{Re}\left\{\left\{(1-H_s)\cos\gamma_i T + H\left[\sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U + \sin\varphi_0\right)\right]\mathrm{e}^{\mathrm{i}\chi} + \frac{1}{\mathrm{i}k}\mathrm{ctg}\varphi_0 \frac{\partial H(x)}{\partial x}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\chi}\right\}(1+H_s+H\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\chi})\right\} = 0\,. \qquad (6)$$

Уравнение (6) определяет класс реализуемых диаграмм рассеяния с помощью реактансной структуры в общем случае, т. е. оно накладывает ограничения на возможный характер поведения функций $H(x)$ и $H_s(x)$ вдоль импедансной поверхности S, определяющих заданные диаграммы рассеяния. Введение зеркально отраженной волны E_x^{si}, H_z^{si} с неизвестной функцией распределения $H_s(x)$ дает дополнительную степень свободы (в одном уравнении (6) две неизвестные – H и H_s), которую можно использовать для упрощения решения поставленной задачи.

Обозначим $T(x) = T' + \mathrm{i}T''$; $U(x) = U' + \mathrm{i}U''$ (соответственно $U'(x) = 1 + T'(x)$, $U''(x) = T''(x)$) и перепишем уравнение (6) в виде

$$(1-H_s^2)\cos\gamma_i T' + \left(\sin\varphi_0 + \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U'\right)H^2 + \left\{(1-H_s)\cos\gamma_i T' + \left[\sin\varphi_0 + \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U'\right](1+H_s)\right\} H\cos\chi +$$
$$+\left\{\left[(1-H_s)\cos\gamma_i - \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0(1+H_s)\right]HT'' + \frac{1}{k}\mathrm{ctg}\varphi_0 \frac{\partial H(x)}{\partial x}(1+H_s)\right\}\sin\chi = 0\,, \qquad (7)$$

из которого следует, что искомые H и H_s – это комбинации функций $\sin\chi$ и $\cos\chi$, являющимися при $kR_i >> 1$ быстроосциллирующими.

В соответствии же с принятыми в (2) допущениями H_s – медленноменяющаяся функция. Чтобы выполнить это условие, потребуем равенства нулю третьего слагаемого в уравнении (7), тогда для H_s получим выражение

$$H_s = \frac{\cos\gamma_i T' + \sin\varphi_0 + \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U'}{\cos\gamma_i T' - \sin\varphi_0 - \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U'}\,, \qquad (8)$$

переходящее при больших расстояниях между источником и плоскостью S ($\lim\limits_{kR_i\to\infty} T(x) = -1$; $\lim\limits_{kR_i\to\infty} U(x) = 0$)в известное [3]

$$H_s = \frac{\cos\gamma_i - \cos\gamma_0}{\cos\gamma_i + \cos\gamma_0}\,. \qquad (9)$$

Поскольку, в соответствии с постановкой задачи, синтезируемая реактансная структура должна обеспечить существование в отраженном поле единственного луча в заданном направлении $\varphi = \varphi_0$, то $H(x)$ следует искать в классе медленноменяющихся функций, для которых выполняется условие $\frac{\partial H(x)}{\partial x} \Rightarrow 0$.

Простое отбрасывание в (7) слагаемого, содержащего производную искомой функции $\frac{\partial H(x)}{\partial x}$, приводит к квадратному уравнению относительно $H(x)$

$$H^2 + \frac{(1-H_s)\cos\gamma_i - \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0(1+H_s)}{\sin\varphi_0 + \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U'}T''\sin\chi H + \frac{(1-H_s^2)\cos\gamma_i T'}{\sin\varphi_0 + \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U'} = 0. \qquad (10)$$

В случае антенной задачи, когда облучатель находится на расстоянии в несколько длин волн от рефлектора, выражение для $H(x)$ имеет вид [3] $H(x) = \frac{2\cos\gamma_i(x)}{\cos\gamma_i(x) + \cos\gamma_0}$.

Производная найденной функции обратно пропорциональна расстоянию от источника до плоскости S

$$\frac{\partial H(x)}{\partial x} = -\frac{1}{2}\frac{\sin\gamma_i \cos\gamma_0}{R_i \cos\gamma_i}H^2\,.$$

Невязка Δ уравнения (7) является функцией координаты x реактансной плоскости S и определяется соотношением

$$\Delta(x) = -\frac{1}{2}\frac{\sin\gamma_i \cos\varphi_0}{kh} H^3(x)\sin\chi . \tag{11}$$

Таким образом, чем дальше источник от рефлектора (больше kh), тем точнее наши предположения, которые становятся точными при падении плоской волны [3].

Анализ формулы (9) показывает, что зеркальное излучение (рассеяние) растет с ростом разности между углами φ_i и φ_0. Поскольку угол падения зависит от координаты x, т. е. $\cos\gamma_i = h/R_i$, то с ростом координаты x уменьшается $\cos\gamma_i$ и растет зеркальное отражение, что может вызвать нежелательный для антенн рост боковых лепестков. Поэтому в антенных задачах следует стремиться к отсутствию зеркального отражения, т. е. $H_s = 0$. Тогда условие (7) примет вид

$$\cos\gamma_i T' + \left(\sin\varphi_0 + \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U'\right) H^2 + \left\{\cos\gamma_i T' + \left[\sin\varphi_0 + \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U'\right]\right\} H\cos\chi +$$
$$+\left\{\left[\cos\gamma_i - \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0\right] T'' H + \frac{1}{k}\mathrm{ctg}\varphi_0 \frac{\partial H(x)}{\partial x}\right\}\sin\chi = 0 . \tag{12}$$

Как и в предыдущем случае, $H(x)$ будем искать в классе медленноменяющихся функций. В результате получим квадратное уравнение относительно $H(x)$

$$H^2 + H\frac{\left[\cos\gamma_i T' + \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U' + \sin\varphi_0\right]\cos\chi + \left[\cos\gamma_i - \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0\right] T''\sin\chi}{\sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U' + \sin\varphi_0} + \frac{\cos\gamma_i T'}{\sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U' + \sin\varphi_0} = 0, \tag{13}$$

из которого следует, что $H(x)$ является комбинацией быстроосциллирующих функций $\sin\chi$ и $\cos\chi$ или $H(x)$, в общем случае, также является быстроосциллирующей функцией.

Степень погрешности, внесенной пренебрежением производной искомой функции, определяется невязкой Δ уравнения (12), обусловленной слагаемым, содержащим эту производную

$$\Delta(x) = \frac{1}{k}\mathrm{ctg}\varphi_0 \frac{\partial H(x)}{\partial x}\sin\chi . \tag{14}$$

Численные исследования показывают, что величина невязки Δ обратно пропорциональна высоте h $\left(\Delta \cong \frac{1}{kh}\right)$ и уменьшается с ростом заданного угла $\varphi_0 \Rightarrow \frac{\pi}{2}$ ($\mathrm{ctg}\varphi_0 \Rightarrow 0$) наклона отраженного луча. Увеличение угла отражения γ_0 (уменьшение φ_0) ведет к росту невязки. Так, при $h = 10\lambda$ и $\varphi_0 = 60°$ максимальные значения невязок Δ уравнений (7) и (12) составляют 0,005 и 0,055, соответственно (для сравнения, при $h = 10\lambda$; и $\varphi_0 = 75°$ – $\Delta = 0{,}001$ и $0{,}004$); с уменьшением высоты подвеса источника до $h = 1\lambda$ (при $\varphi_0 = 60°$) невязки возрастают до $\Delta = 0{,}017$ и $0{,}22$. Проведенные расчеты показали, что при $kh < 5$ и $\varphi_0 < 60°$ происходит резкий рост невязки (особенно уравнения (12)). В этих случаях принимать решение о целесообразности перехода от дифференциальных уравнений (7) и (12) к алгебраическим (10) и (13) следует в каждом конкретном случае отдельно.

В общем случае необходимо решать дифференциальное уравнение (7), причем, по всей видимости, – численно. Только в случае нормального излучения ($\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$; $\mathrm{ctg}\varphi_0 = 0$) в уравнениях (7) и (12) производная искомой функции исчезает и решения уравнений (10) и (13) становятся точными.

Следует, однако, иметь в виду, что невязки (11) и (14) уравнений (10), (13) являются быстроосциллирующими функциями, и, следовательно, их интегральный вклад в характеристики излучения (влияние на диаграмму направленности (ДН) и коэффициент усиления (КУ) структуры) будет менее значителен. Рассмотрим это на примере диаграммы направленности импедансной полосы шириной $2L$ ($x \in [-L, L]$)

$$F(\varphi)=\int_{-L}^{L}\left[Z(x)-\sin\varphi\right]H_z(x)e^{ikx\cos\varphi}dx+e^{ikh\sin\varphi}. \qquad (15)$$

Численные исследования показали, что при уменьшении высоты h подвеса облучателя от 10 до 1λ, несмотря на существенные различия в функциях распределения поля $H(x)$, получаемых по формулам (10), (13), функции распределения импеданса (реактанса) (5) для обоих случаев дают близкие результаты, и как следствие – близкие ДН. В качестве примера на рис. 2,*а-в* приведены зависимости распределения поля вдоль структуры $|H(x)|$ (рис. 2,*а*), синтезированного импеданса (рис. 2,*б*) и диаграммы направленности (рис. 2,*в*) для импедансной полосы шириной $2L=10\lambda$, возбужденной нитью магнитного тока, размещенной на высоте $h=1\lambda$ (см. рис. 1), создающей максимум излучения в направлении нормали к плоскости S ($\varphi_0=\frac{\pi}{2}$). Кривые *1* соответствуют расчетам, проведенным по формулам (5) и (13) ($H_s=0$), кривые *2* – соответствуют расчетам по формулам (5), (9) и (10).

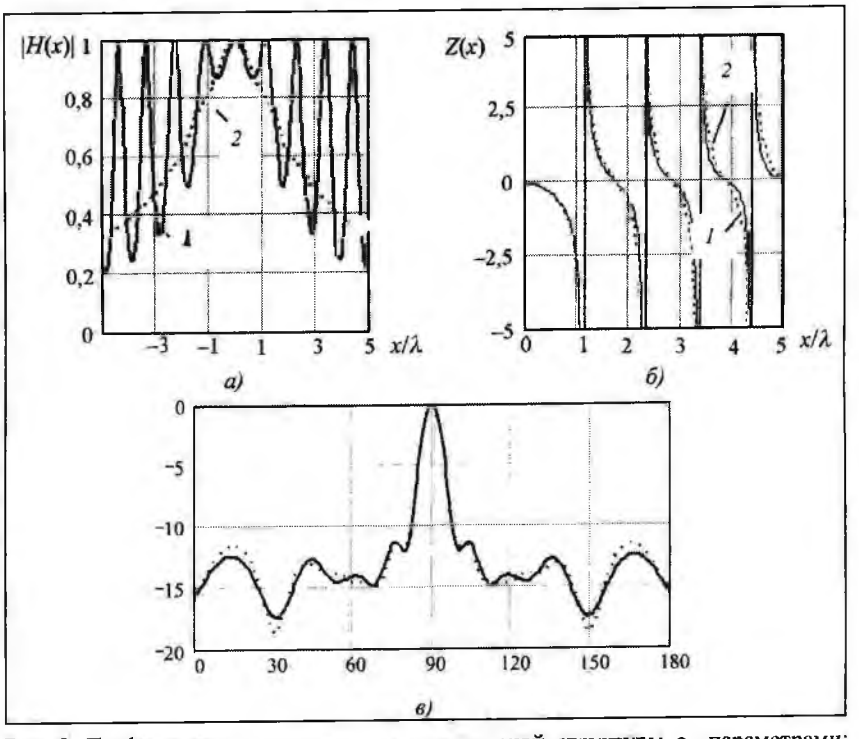

Рис. 2. Графики результатов синтеза импедансной структуры с параметрами: $h=\lambda$, $L=5\lambda$, $\varphi_0=90°$

Отклонение угла φ_0 от нормали ведет к заметным различиям рассмотренных случаев только в дальних лепестках ДН.

Существенные отличия в главных лепестках диаграмм синтезированные структуры (10), (13) дают лишь при расположении источника непосредственно на импедансной плоскости ($h=0$) (физическая модель такой структуры – тонкая щель в экране), причем, чем сильнее заданное направление луча φ_0 отличается от нормального, тем сильнее различия в результатах решения задачи синтеза.

На рис. 3,*а-в* приведены зависимости распределения поля вдоль структуры $|H(x)|$ (см. рис. 2,*а*), синтезированного импеданса (см. рис. 2, *б*) и диаграммы направленности

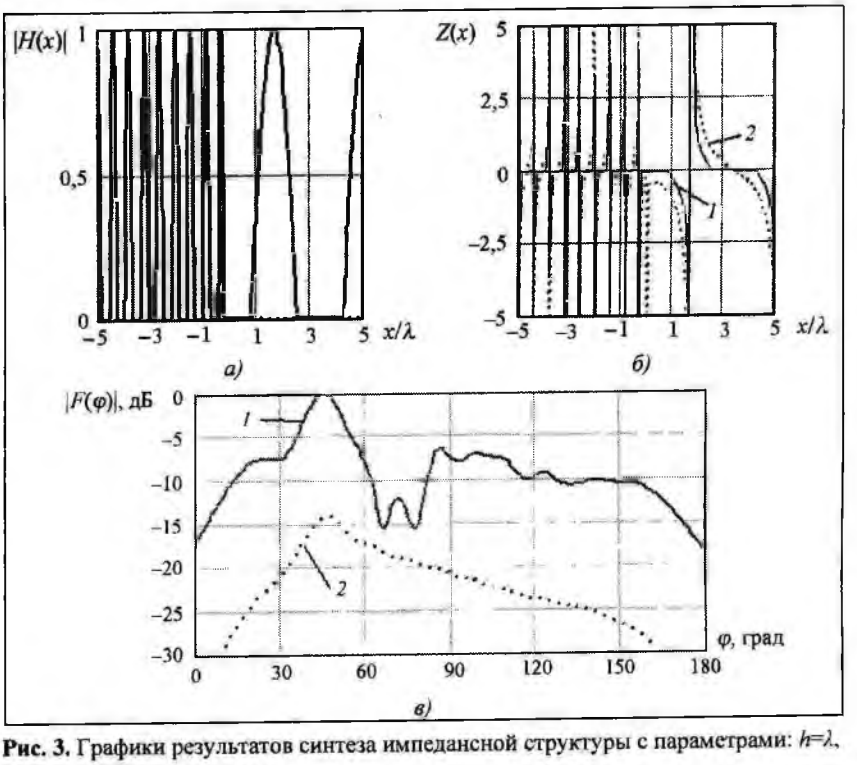

Рис. 3. Графики результатов синтеза импедансной структуры с параметрами: $h=\lambda$, $L=5\lambda$, $\varphi_0=45°$

(см. рис. 2, *в*) для импедансной полосы шириной $2L = 10\lambda$, возбужденной нитью магнитного тока, размещенной на плоскости S (в точке $x = 0$), создающей максимум излучения в направлении $\varphi_0 = \pi/4$. Кривые *1* соответствуют расчетам, проведенным по формулам (5) и (13) ($H_s = 0$), кривые *2* – соответствуют расчетам по формулам (5), (9) и (10).

Очевидно, что основным источником снижения КУ структуры, синтезированной по формулам (9), (10) является большое значение реактанса в точке расположения магнитного излучателя. В данном случае это эквивалентно расположению электрического тока на поверхности проводника, т. е. короткому замыканию. (Результаты синтеза, полученные по формуле (13), не являются наилучшими с точки зрения обеспечения максимального коэффициента усиления).

Рассмотрим отдельно случай расположения источника непосредственно на импедансной плоскости ($h = 0$, $\cos\gamma_i = 0$, $R_i = |x|$, $\sin\gamma_i = x/|x|$), важный как с точки зрения обеспечения заданных направленных свойств щелевых антенн, так и обеспечения их электромагнитной совместимости.

Выражение для искомого импеданса в этом случае (при отсутствии искусственно вводимого зеркального отражения и в допущении условия $\dfrac{\partial H(x)}{\partial x} \Rightarrow 0$) примет вид

$$Z(x) = -\frac{\left[\sin\varphi_0 + \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U(x)\right] H(x) \mathrm{e}^{\mathrm{i}\chi(x)}}{1 + H(x)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\chi(x)}}. \tag{16}$$

Условие чистой реактивности структуры (7) для функции распределения отраженного поля $H(x)$ даст следующее выражение:

$$H(x) = -\cos\chi + \frac{\sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U''}{\sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U' + \sin\varphi_0}\sin\chi, \tag{17}$$

которое является точным при $\varphi_0 = 90°$.

Асимптотическая оценка $H_z^s(x)$ при $k|x| >> 1$ имеет вид

$$H_z^s(x) = -\frac{1}{2}\left|H_0^{(2)}\left(k|x|\right)\right|\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}k(|x| - 2x\cos\varphi_0)} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k|x|}\right), \tag{18}$$

откуда следует, что синтезированная таким образом структура может создать только два пространственных луча, причем, в общем случае, не совпадающими с заданным. Так, первое слагаемое соотношения (18) дает луч в направлении φ ($x > 0$) ($\cos\varphi = 1 \mp 2\cos\varphi_0$, причем только для углов $\varphi_0 \in [60, 120°]$), а второе слагаемое соотношения (18) дает луч вдоль импедансной плоскости ($\cos\varphi = \pm 1$).

Следует отметить, что структура, рассчитанная по формуле (13), дает формальное решение для $H(x)$, совпадающее с положительными (отрицательными) полупериодами решения (17). Поэтому, из-за наличия в решении (13) для $H(x)$ постоянной составляющей, она дает удовлетворительные результаты, создавая луч в заданном направлении.

Как показывают численные исследования, наилучшие результаты с точки зрения максимального КУ дает структура, для которой функция распределения отраженного поля $H(x)$ является константой. Выражение для импеданса можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} Z(x) = -\frac{H}{1 + 2H\cos\chi + H^2}\Big\{&\left[\left(\sin\varphi_0 + \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U'\right)\left(H + \cos\chi\right) - \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U'' H \sin\chi\right] + \\ &+ \mathrm{i}\left[\left(\sin\varphi_0 + \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U'\right) H \sin\chi + \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U''\left(H + \cos\chi\right)\right]\Big\}. \end{aligned} \tag{19}$$

При $H = 1$ выражение (19) для импеданса упрощается и становится понятным характер поведения его действительной и мнимой частей ($\lim\limits_{x\to\infty} U(x) = 0$)

$$Z(x) = -\frac{1}{2}\left\{\left[\left(\sin\varphi_0 + \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U'\right) - \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U'' \mathrm{tg}\frac{\chi}{2}\right] + \mathrm{i}\left[\left(\sin\varphi_0 + \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U'\right) tg\frac{\chi}{2} + \sin\gamma_i \mathrm{ctg}\varphi_0 U''\right]\right\}. \tag{20}$$

Таким образом, импеданс (19) – это комплексная функция, действительная часть которой в основном принимает медленно меняющиеся вдоль плоскости отрицательные значения (исключение составляют лишь точки резонанса $\chi(x) = \pi(2n+1)$, в которых $\operatorname{Re} Z$ ведет себя по закону тангенса).

Получить чисто реактивный закон распределения импеданса можно простым отбрасыванием в (19) и (20) активной части импеданса с последующим использованием его либо в качестве искомого решения, либо в качестве первого приближения с последующим решением задачи методами нелинейного программирования.

В качестве параметра оптимизации импедансной структуры, например по максимуму усиления антенны, можно выбрать амплитуду отраженной волны H. На рис. 4 в качестве примера приведена зависимость уровня максимального излучения $|F(\varphi_0)|$ от величины H для реактансной структуры

$$Z(x) = -\mathrm{i}\frac{H\left[\left(\sin\varphi_0 + \sin\gamma_i \operatorname{ctg}\varphi_0 U'\right) H \sin\chi + \sin\gamma_i \operatorname{ctg}\varphi_0 U''\left(H + \cos\chi\right)\right]}{1 + 2H\cos\chi + H^2} \tag{21}$$

с параметрами $h = 0$, $2L = 10\lambda$, $\varphi_0 = \pi/6$.

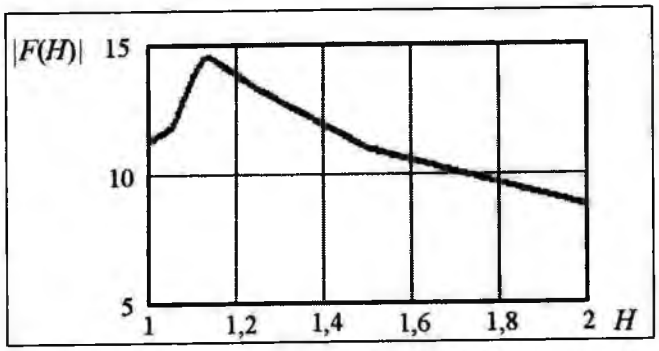

Рис. 4. График зависимости уровня излученного поля от параметра H

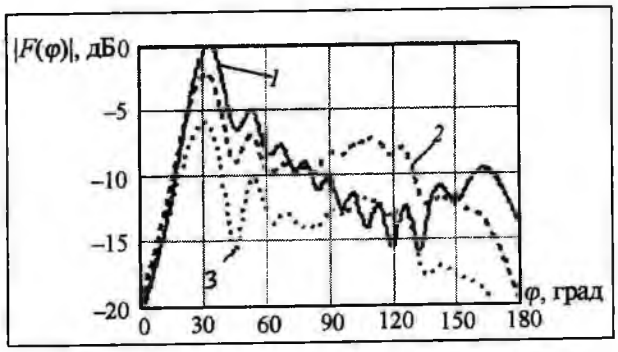

Рис. 5. Диаграммы направленности структуры с параметрами: h=0, L=5λ, φ_0=30°

Наибольшего коэффициента усиления в этом случае достигает структура с $H = 1.135$.

На рис. 5 приведены ДН структур ($h = 0$, $2L = 10\lambda$, $\varphi_0 = \pi/6$), рассчитанных по формуле (20), при $H = 1{,}135$ (кривая *1*), $H = 1$ (кривая *2*) и структуры, рассчитанной по формуле (13) (кривая *3*).

Как видим, наилучшими из приведенных направленными свойствами обладает структура с оптимальным для данной задачи параметром $H = 1.135$.

- Полученные результаты можно использовать как в виде самостоятельного решения задач синтеза конформных антенн и отражателей, улучшения направленных свойств невыступающих антенн, решения проблем электромагнитной совместимости антенн, расположенных на общей поверхности [4], так и в качестве первого приближения в задачах оптимизации параметров импедансной структуры по различным критериям (например, по максимуму КНД или КУ).

Литература

1. *Lawrie, R. E.*, The control of echo area of ogives by cutoff corrugated surfaces. – IEEE Trans, 1966, vol. AP-17, no. 3.
2. *Short, I.* and *Chen, K. M.*, Backscattering from an impedance loaded slotted cylinder. – IEEE Trans, 1969, vol. AP-14, no. 6.
3. *Юханов Ю. В.* Анализ и синтез импедансной плоскости. – Радиотехника и электроника. – М.: 2000, т. 45, № 4, с. 404–409.
4. *Essiben Dikoundou, J.-F.* and *Yukhanov, Y. V.*, EMC of waveguide antennas on the basis of impedance structures. – XIII International Conference «Electromagnetic Disturbances», EMD'2003, Bialystok, Poland, September 24–26, 2003.

NONHOMOGENEOUS IMPEDANCE PLANE SYNTHESIS PROBLEM

A.Y. Yukhanov, Y.V. Yukhanov

The impedance plane synthesis problem in to obtain the reflecting of a nonhomogeneous incident plane wave in the necessary direction is solved. The law of the impedance distribution is obtained in an explicit form. The limitations on set of realizable scattering patterns are formulated. The numerical results are given.