



В. Б. Мнухин  
Г. В. Куповых  
Д. В. Тимошенко

# Complex Numbers, Vector Algebra and Analytic Geometry

учебное пособие



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**В. Б. Мнухин**  
**Г. В. Куповых**  
**Д. В. Тимошенко**

# **Complex Numbers, Vector Algebra and Analytic Geometry**

*Учебное пособие*

Ростов-на-Дону – Таганрог  
Издательство Южного федерального университета  
2022

УДК [511.11:514.742.2]:514.12(075.8)  
ББК 22.141+22.151.511+22.151.54я73  
М73

*Печатается по решению кафедры высшей математики Института компьютерных технологий и информационной безопасности Южного федерального университета (протокол № 10 от 01 июня 2022 г.)*

**Рецензенты:**

зам. директора института математики и физики Кабардино-Балкарского государственного университета им. Х.М. Бербекова доцент кафедры алгебры и дифференциальных уравнений, кандидат физико-математических наук *Л. В. Канукова*;  
доцент кафедры высшей математики Института компьютерных технологий и информационной безопасности Южного федерального университета, кандидат физико-математических наук *А. Г. Клово*

**Мнухин, В. Б.**

M73 Complex Numbers, Vector Algebra and Analytic Geometry : учебное пособие / В. Б. Мнухин, Г. В. Куповых, Д. В. Тимошенко ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2022. – 148 с.  
ISBN 978-5-9275-4209-3

Пособие предназначено для студентов направлений 01.03.02, 02.03.03, 09.03.01, 09.03.02, 09.03.03, 09.03.04, 10.03.01, 27.03.03, 09.05.01, 10.05.02, 10.05.03, 10.05.05, изучающих курс «Математика (Mathematics)» на английском языке, и существенно дополняет пособие тех же авторов: Mnukhin, V.B., Kupovykh G.V., Timoshenko, D.V. Linear Algebra. / South Federal University. – 2018. – 112 pp. ISBN: 978-5-9275-3088-5. Пособие состоит из трёх глав, состоящих из разделов, разделенных на секции. Каждая из глав завершается рядом задач и упражнений, направленных на закрепление изученного материала.

ISBN 978-5-9275-4209-3

УДК [511.11:514.742.2]:514.12(075.8)  
ББК 22.141+22.151.511+22.151.54я73

© Южный федеральный университет, 2022  
© Мнухин В. Б., Куповых Г. В., Тимошенко Д. В., 2022

# Contents

<b>1</b>	<b>The Complex Numbers</b>	<b>6</b>
1.1	Evolution of Numbers . . . . .	7
1.2	The Field of Complex Numbers . . . . .	12
1.2.1	The definition of complex numbers . . . . .	13
1.2.2	The algebraic form of complex numbers . . . . .	14
1.2.3	The complex plane . . . . .	17
1.2.4	Polar coordinates . . . . .	18
1.2.5	The polar form of complex numbers . . . . .	21
1.2.6	The exponential form of complex numbers . . . . .	25
1.2.7	Regions in the complex plane . . . . .	27
1.3	Solution of Equations . . . . .	29
1.3.1	Solution of quadratic equations . . . . .	30
1.3.2	Roots of complex numbers . . . . .	33
1.3.3	Factorization of polynomials . . . . .	37
1.3.4	Solution of equations of higher degrees . . . . .	40
1.4	Exercises for Chapter 1 . . . . .	44
<b>2</b>	<b>Vector Algebra</b>	<b>47</b>
2.1	Geometric Vectors in Plane and in Space . . . . .	49
2.1.1	Notion of a vector . . . . .	49
2.1.2	Operations on geometric vectors . . . . .	50
2.1.3	A line segment divided in a ratio . . . . .	52
2.2	Vector Basis in Plane and in Space . . . . .	54
2.2.1	Vector basis in plane . . . . .	54
2.2.2	Vector basis in space . . . . .	56

2.2.3	Arithmetic vectors in $\mathbb{R}^2$ and $\mathbb{R}^3$ . . . . .	58
2.2.4	Coordinates of a vector in a given basis . . . . .	60
2.3	Coordinate Systems . . . . .	65
2.3.1	Coordinate systems in plane and in space . . . . .	66
2.3.2	Projection of a vector on an axis . . . . .	68
2.3.3	Rectangular Cartesian coordinate system . . . . .	71
2.4	Dot Product (Scalar Product) of Vectors . . . . .	73
2.4.1	Definition and properties of the dot product . . . . .	73
2.4.2	Normalized vectors and direction cosines . . . . .	76
2.5	Cross Product (Vector Product) of Vectors . . . . .	78
2.6	Scalar Triple Product of Vectors . . . . .	81
2.7	Exercises for Chapter 2 . . . . .	85
<b>3</b>	<b>Elements of Analytic Geometry</b> . . . . .	<b>86</b>
3.1	Plane in Space . . . . .	88
3.1.1	Plane perpendicular to a vector . . . . .	88
3.1.2	Plane through a point and parallel to two vectors . . . . .	89
3.1.3	Plane through three points in space . . . . .	89
3.1.4	Distance from a point to a plane . . . . .	91
3.1.5	Angle between two planes . . . . .	93
3.2	Straight Line in Space . . . . .	94
3.2.1	Line through a point and parallel to a vector . . . . .	94
3.2.2	Line through two points . . . . .	96
3.2.3	Line as intersection of two planes . . . . .	96
3.2.4	Relative position of two straight lines in space . . . . .	99
3.2.5	Distance between two straight lines in space . . . . .	101
3.2.6	Angle between two straight lines . . . . .	104
3.3	Relative Position of a Line and a Plane . . . . .	105
3.3.1	Intersection of a line and a plane . . . . .	105
3.3.2	Angle between a line and a plane . . . . .	106
3.4	Straight Line in Plane . . . . .	107
3.4.1	Basic equations for a line in plane . . . . .	107
3.4.2	Slope-intersection form of a line equation . . . . .	108

3.5	Conic Sections . . . . .	110
3.5.1	Ellipse . . . . .	111
3.5.2	Hyperbola . . . . .	117
3.5.3	Parabola . . . . .	124
3.5.4	Parametric equations and hyperbolic functions . . . . .	128
3.6	Quadric Surfaces . . . . .	131
3.6.1	Cylindrical surfaces . . . . .	132
3.6.2	Conical surfaces . . . . .	133
3.6.3	Ellipsoid . . . . .	134
3.6.4	Hyperboloid . . . . .	135
3.6.5	Elliptic Paraboloid . . . . .	137
3.6.6	Hyperbolic Paraboloid . . . . .	138
3.6.7	Summary of quadric surfaces . . . . .	142
3.7	Exercises for Chapter 3 . . . . .	145

**Reading List** **145**