



Н. Е. Сапунцов

**Математика
для студентов
радиотехнических
специальностей**

Часть 3

учебное пособие



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждения высшего образования
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Инженерно-технологическая академия

Н. Е. САПУНЦОВ

**МАТЕМАТИКА
ДЛЯ СТУДЕНТОВ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ
СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ**

*Учебное пособие
в трех частях*

Часть 3

Ростов-на-Дону – Таганрог
Издательство Южного федерального университета
2022

УДК 517.2, 517.3

ББК 22.161

С198

*Печатается по решению кафедры высшей математики
Института компьютерных технологий и информационной безопасности
Южного федерального университета
(протокол № 9 от 1 июня 2022 г.)*

Рецензенты:

доктор технических наук, профессор кафедры антенн и радиопередающих устройств Института радиотехнических систем и управления Южного федерального университета *В. А. Обуховец*
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики Института компьютерных технологий и информационной безопасности Южного федерального университета *А. Г. Клово*

Сапунцов, Н. Е.

С198 Математика для студентов радиотехнических специальностей : учебное пособие : в 3 ч. / Н. Е. Сапунцов ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2022.

ISBN 978-5-9275-3838-6

Часть 3. – 160 с.

ISBN 978-5-9275-4258-1 (Ч. 3)

Пособие предназначено для организации самостоятельной работы студентов радиотехнических специальностей при изучении разделов «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Теория функции комплексной переменной», «Преобразование Лапласа», изучаемых студентами в четвертом семестре обучения.

Изложение теоретического материала, как правило, сопровождается решением модельных задач, которые содержатся в контрольных работах, индивидуальных заданиях и предлагаются на экзамене.

Материал излагается в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций и ПрООП ВО.

Пособие ориентировано на студентов, обучающихся по направлению 11.05.00 «Радиоэлектронные системы и комплексы» и может быть использовано студентами других технических специальностей, изучающих математику.

УДК 517.2, 517.3

ББК 22.161

ISBN 978-5-9275-4258-1 (Ч. 3)

ISBN 978-5-9275-3838-6

© Южный федеральный университет, 2022

© Сапунцов Н. Е., 2022

© Оформление. Макет. Издательство

Южного федерального университета, 2022

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
ГЛАВА 1. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ СИСТЕМЫ	7
1.1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям	7
1.2. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные определения	9
1.3. Дифференциальные уравнения первого порядка	12
1.4. Интегрируемые типы дифференциальных уравнений пер- вого порядка	13
1.5. Дифференциальные уравнения с разделяющимися перемен- ными	13
1.6. Однородные относительно аргумента и искомой функции дифференциальные уравнения первого порядка	16
1.7. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка	21
1.8. Дифференциальные уравнения высших порядков	26
1.9. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков	30
1.10. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами	32
1.11. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Структура общего решения	36
1.12. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения (способ вариации произвольных постоянных)	37
1.13. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения (метод неопределённых коэффициентов)	41
1.14. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений ...	45
1.15. Решение нормальной системы дифференциальных уравнений	46
1.16. Линейные однородные системы дифференциальных урав- нений с постоянными коэффициентами	50
1.17. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	57
1.18. Элементы теории устойчивости	61
Контрольные вопросы и задачи	64

ГЛАВА 2. ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ	69
2.1. Понятие функции комплексной переменной	69
2.2. Предел и непрерывность функции комплексной переменной	70
2.3. Основные элементарные функции комплексной переменной	71
2.4. Формула Эйлера	72
2.5. Гиперболические функции комплексной переменной	72
2.6. Логарифмическая функция комплексной переменной	74
2.7. Обратные тригонометрические функции комплексной переменной и степенная функция комплексной переменной	74
2.8. Производная функции комплексной переменной	75
2.9. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексной переменной	78
2.10. Аналитические функции	82
2.11. Интеграл функции комплексной переменной	85
2.12. Понятия односвязной и многосвязной областей	87
2.13. Теорема Коши о независимости интеграла от формы пути интегрирования	88
2.14. Теорема Коши для многосвязной области	93
2.15. Формула Коши для односвязной области	94
2.16. Формула Коши для многосвязной области	96
2.17. Практическое применение теоремы и формулы Коши	96
2.18. Ряды функций комплексной переменной	101
2.19. Ряд Тейлора	103
2.20. Ряд Лорана	107
2.21. Особые точки функции	113
2.22. Вычеты аналитической функции	115
2.23. Основная теорема о вычетах	115
2.24. Вычеты функций относительно особых точек	117
2.25. Вычисление несобственных интегралов с помощью вычетов	121
Контрольные вопросы и задачи	127
ГЛАВА 3. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛАПЛАСА	131
3.1. Операционное исчисление	131
3.2. Преобразование Лапласа	132

3.3. Изображения простейших оригиналов	133
3.4. Основные свойства преобразования Лапласа	134
3.5. Операционный метод решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем	149
3.6. Применение формулы (интеграла) Дюамеля для решения обыкновенных дифференциальных уравнений с нулевыми начальными условиями	154
Контрольные вопросы и задачи	156
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	158
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	159