



А. С. Черепанцев  
А. Ю. Раткина

# Методы высшей математики.

Для технических специальностей ИРТСУ ЮФУ  
по направлениям самолето-вертолетостроение,  
техническая эксплуатация  
летательных аппаратов и двигателей

учебное пособие

часть 1



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
"ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ"  
Инженерно-технологическая академия

**А. С. ЧЕРЕПАНЦЕВ**  
**А. Ю. РАТКИНА**

## **МЕТОДЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

ДЛЯ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ИРТСУ ЮФУ  
ПО НАПРАВЛЕНИЯМ САМОЛЕТО-ВЕРТОЛЕТОСТРОЕНИЕ,  
ТЕХНИЧЕСКАЯ ЭКСПЛУАТАЦИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ  
АППАРАТОВ И ДВИГАТЕЛЕЙ

*Учебное пособие  
в двух частях*

Часть 1

Ростов-на-Дону – Таганрог  
Издательство Южного федерального университета  
2024

УДК 517/519(075.8)

ББК 22.11я73

Ч-46

*Печатается по решению кафедры физико-математических основ инженерного образования Института компьютерных технологий и информационной безопасности Южного федерального университета (протокол № 11 от 17 июня 2024 г.)*

**Рецензенты:**

профессор, заведующий отделом ФГБУ Высокогорного геофизического института, доктор физико-математических наук *Б. А. Ашабоков*  
доцент кафедры физико-математических основ инженерного образования Института компьютерных технологий и информационной безопасности Южного федерального университета,  
кандидат технических наук *И. А. Бугаева*

**Черепанцев, А. С.**

Ч-46 Методы высшей математики. Для технических специальностей ИРТСУ ЮФУ по направлениям самолето-вертолетостроение, техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей : учебное пособие : в 2 ч. / А. С. Черепанцев, А. Ю. Раткина ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2024.

ISBN 978-5-9275-4665-7

Часть 1. – 147 с.

ISBN 978-5-9275-4666-4 (Ч. 1)

Учебное пособие "Методы высшей математики. Часть 1" представляет собой систематизированное изложение основных понятий алгебры и геометрии, изучаемых в курсе "Высшая математика" в соответствии с учебным планом образовательных направлений "Самолето-вертолетостроение, техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей" в ИРТСУ ЮФУ. Пособие направлено на воспитание у слушателей понимания языка математики при формулировке математических понятий и доказательств основных утверждений.

УДК 517/519(075.8)

ББК 22.11я73

ISBN 978-5-9275-4666-4 (Ч. 1)

ISBN 978-5-9275-4665-7

© Южный федеральный университет, 2024

© Черепанцев А.С., Раткина А. Ю., 2024

© Оформление. Макет. Издательство

Южного федерального университета, 2024

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	6
ЛЕКЦИЯ 37 .....	8
37.1. Понятие функции нескольких переменных (ФНП) .....	8
ЛЕКЦИЯ 38 .....	15
38.1. Непрерывность ФНП .....	15
38.2. Частные производные ФНП .....	16
38.3. Дифференциал функции нескольких переменных .....	20
38.4. Дифференцирование сложной функции .....	20
ЛЕКЦИЯ 39 .....	22
39.1. Инвариантность формы первого дифференциала ФНП .....	22
39.2. Производная по направлению ФНП. Градиент .....	23
39.3. Частные производные высших порядков и дифференциалы высших порядков ФНП .....	25
39.4. Дифференциалы высших порядков ФНП .....	28
ЛЕКЦИЯ 40 .....	30
40.1. Дифференциалы высших порядков ФНП (продолжение) .....	30
40.2. Формула Тейлора для ФНП .....	32
40.3. Локальный экстремум ФНП .....	34
40.4. Достаточные условия локального экстремума ФНП .....	36
ЛЕКЦИЯ 41 .....	38
41.1. Достаточные условия локального экстремума (продолжение) ...	38
41.2. Понятие неявной функции .....	42
41.3. Существование и дифференцируемость неявной функции .....	44
ЛЕКЦИЯ 42 .....	45
42.1. Вычисление ЧПР неявно заданной функции .....	45
42.2. Условный экстремум .....	47
42.3. Метод неопределенных множителей Лагранжа .....	50
ЛЕКЦИЯ 43 .....	52
43.1. Двойные и n-кратные интегралы (ДИ) .....	52

43.2. Условия существования ДИ на прямоугольнике .....	54
43.3. Существование ДИ для произвольной области .....	56
43.4. Основные свойства ДИ .....	58
43.5. Сведение ДИ к повторному однократному для прямоугольника	59
<b>ЛЕКЦИЯ 44</b> .....	61
44.1. ДИ для произвольной области .....	61
44.2. Тройные интегралы и n-кратные интегралы .....	62
44.3. Замена переменных в n-кратном интеграле .....	64
44.4. Элемент объема в сферической и цилиндрической системе координат .....	65
<b>ЛЕКЦИЯ 45</b> .....	68
45.1. Собственные интегралы, зависящие от параметра .....	68
45.2. Несобственные интегралы, зависящие от параметра .....	72
<b>ЛЕКЦИЯ 46</b> .....	76
46.1. Криволинейный интеграл первого рода .....	76
46.2. Криволинейный интеграл второго рода .....	78
46.3. Формула Грина .....	81
<b>ЛЕКЦИЯ 47</b> .....	84
47.1. Понятие поверхности .....	84
47.2. Первая квадратичная форма поверхности .....	88
47.3. Площадь поверхности .....	90
<b>ЛЕКЦИЯ 48</b> .....	93
48.1. Ориентация поверхности .....	93
48.2. Поверхностные интегралы (ПИ) .....	95
48.3. Представления ПИ второго рода с помощью двойного интеграла .....	98
<b>ЛЕКЦИЯ 49</b> .....	100
49.1. Скалярные поля и векторные поля .....	100
49.2. Повторные операции теории поля .....	104
49.3. Формула Остроградского – Гаусса .....	105
<b>ЛЕКЦИЯ 50</b> .....	108
50.1. Геометрический смысл дивергенции .....	108

*Содержание*

---

50.2. Формула Стокса .....	109
50.3. Геометрическое определение вихря .....	112
50.4. Соленоидальные векторные поля .....	113
ЛЕКЦИЯ 51 .....	115
51.1. Потенциальные векторные поля .....	115
ЛЕКЦИЯ 52 .....	121
52.1. Функциональные пространства .....	121
52.2. Нормированное пространство .....	123
52.3. Гильбертовы пространства .....	124
52.4. Ряды Фурье .....	125
ЛЕКЦИЯ 53 .....	128
53.1. Ряд Фурье (продолжение) .....	128
53.2. Тригонометрический ряд Фурье .....	130
53.3. Интеграл Фурье и преобразование Фурье .....	132
ЛЕКЦИЯ 54 .....	136
54.1. Свойства преобразования Фурье .....	136
54.2. Приложения преобразования Фурье .....	140
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	144
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	146